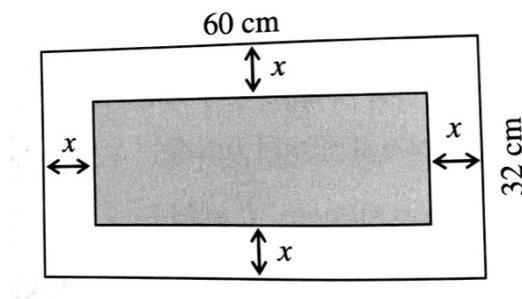
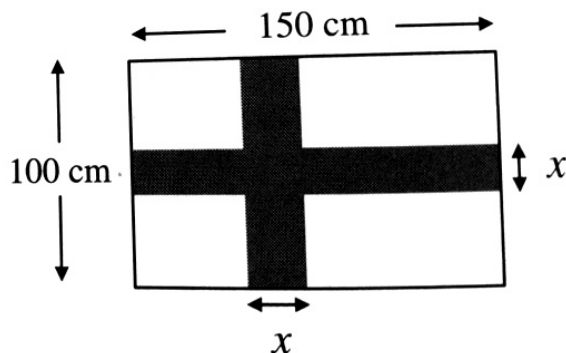


Anwendungsaufgaben zu den quadratischen Gleichungen

- 1 Bestimmen Sie, welche zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen das Produkt 182 besitzen.
- 2 Das Quadrat einer natürlichen Zahl ist um 12 kleiner als das Achtfache der Zahl. Ermitteln Sie die Zahl.
- 3 Vermehrt man jeden Faktor des Produkts $12 \cdot 18$ um dieselbe natürliche Zahl, so vergrößert sich das Produkt um 99. Berechnen Sie die Zahl.
- 4.0 Von einer rechteckigen Holzplatte mit den Seitenlängen 60 cm und 32 cm soll ringsum ein überall gleich breiter Streifen abgeschnitten werden, so dass die neue Platte den halben Flächeninhalt hat (siehe auch untenstehende Abbildung).



- 4.1 Zeigen Sie, dass sich die Breite x des Streifens als Lösung der Gleichung $x^2 - 46x + 240 = 0$ (ohne Maßeinheiten) berechnen lässt.
- 4.2 Berechnen Sie die Streifenbreite.
- 5 Die Abbildung zeigt die Flagge von Finnland (in schwarz-weiß). Die Flagge enthält wie bei allen skandinavischen Ländern ein Kreuz. Ermitteln Sie, wie breit bei einer Flagge der Länge 150 cm und der Breite 100 cm das Kreuz sein muss, wenn es ein Drittel des Flächeninhalts der Flagge einnehmen soll.



- 6 Herr Müller legt ein Kapital von 2000,00 Euro zu einem Zinssatz von p % an. Die Zinsen des ersten Jahres schlägt er dem Kapital zu. Bis zum Ende des zweiten Jahres ist das Kapital bei gleichem Zinssatz auf 2645,00 Euro gestiegen. Berechnen Sie, wie hoch der Zinssatz ist.

7.0 Bei der Produktion eines Kosmetikprodukts setzen sich die täglichen Kosten aus den Fixkosten von 168,50 € und den variablen Kosten von 10,00 € pro produziertem Stück zusammen.

7.1 Die Preisfunktion (auch Preis-Absatz-Funktion genannt) gibt den Preis in Abhängigkeit von der Stückzahl x an und wurde ermittelt als: $p(x) = 25 - 0,25 \cdot x$. Interpretieren Sie die gegebene Preisfunktion.

7.2 Erklären Sie die Begriffe lineare Kostenfunktion K , Erlösfunktion E und Gewinnfunktion G . Begründen Sie, dass im vorliegenden Fall gilt:

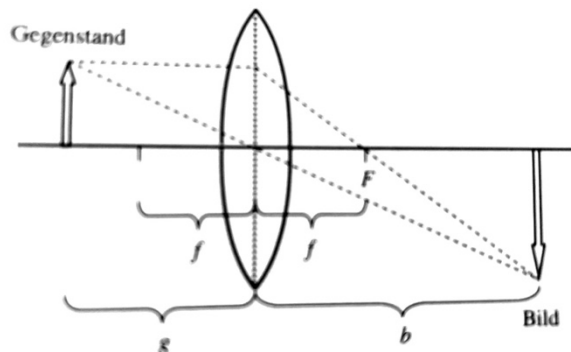
$$K(x) = 10 \cdot x + 168,50 \quad E(x) = (25 - 0,25 \cdot x) \cdot x \quad G(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 15x - 168,50.$$

7.3 Die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze sind Stellen, für die Kosten und der Erlös gleich groß sind. Ab dem Erreichen der Gewinnschwelle wird ein Gewinn erzielt, ab dem Erreichen der Gewinngrenze werden Verluste geschrieben. Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze für die gegebene Situation.

8 Eine Sammellinse der Brennweite f entwirft von einem Gegenstand im Abstand g ein Bild in der Entfernung b von der Linse.

Hierbei gilt der Zusammenhang: $b \cdot g = f \cdot g + f \cdot b$.

Ermitteln Sie, wie weit der Gegenstand von der Linse entfernt ist, wenn für die Brennweite $f = 14,4$ cm gilt und b um 54 cm kleiner als g ist.

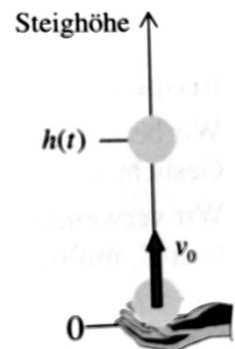


9 Ein Ball wird senkrecht nach oben geworfen. Dabei beobachtet man, dass der Ball nach einer und nach fünf Sekunden die gleiche Höhe hat, einmal im Steigen, einmal im Fallen.

Berechnen Sie, mit welcher Anfangsgeschwindigkeit v der Ball in die Höhe geworfen wurde.

Verwenden Sie dabei folgende Gesetzmäßigkeit aus der Physik:

$$h = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t \quad (g = 9,8 \text{ Erdbeschleunigung in } m/s^2).$$



Lösungen

1

$$x \cdot (x+1) = 182 \Rightarrow x^2 + x - 182 = 0 \quad x_1 = 13 \quad (x_2 = -14) \notin \mathbb{N}$$

Die Zahlen lauten 13 und 14.

2

$$x^2 + 12 = 8x \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow (x-2) \cdot (x-6) = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 6$$

Die Zahlen lauten 2 und 6.

3

$$(12+x) \cdot (18+x) = 12 \cdot 18 + 99 \Rightarrow x^2 + 30x + 216 = 216 + 99 \Rightarrow x^2 + 30x - 99 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad (x_2 = -38) \notin \mathbb{N}$$

Die Zahl heißt 3.

4.1

$$(60-2x) \cdot (32-2x) = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 32 \Rightarrow 4x^2 - 184x + 1920 = 960$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 184x + 960 = 0 \Rightarrow x^2 - 46x + 240 = 0$$

4.2

$$x^2 - 46x + 240 = 0 \Rightarrow x_1 = 40 \quad x_2 = 6$$

Die Streifenbreite beträgt 6 cm.

5

Flächeninhalt des Kreuzes: $100 \cdot x + 150 \cdot x - x^2$

$$\Rightarrow -x^2 + 250x = \frac{1}{3} \cdot 150 \cdot 100 \Rightarrow -x^2 + 250x - 5000 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 \approx 21,92 \quad x_2 \approx 228,08$$

Das Kreuz muss etwa 21,92 cm breit sein.

6

$$\underbrace{(2000 + 2000 \cdot p)}_{\text{Kapital nach 1 Jahr}} + \underbrace{(2000 + 2000 \cdot p) \cdot p}_{\text{Zinsen im 2. Jahr}} = 2645$$

$$\Rightarrow 2000 + 2000p + 2000p + 2000p^2 = 2645 \Rightarrow 2000p^2 + 4000p - 645 = 0$$

$$\Rightarrow p_1 = 0,15 \quad p_2 = -2,15$$

Der Zinssatz beträgt 15 %.

7.1 Wenn mehr Stück von dem Kosmetikprodukt produziert werden, dann nimmt der Preis um 25 Ct pro produziertem Stück ab.

7.2 Die Kostenfunktion beschreibt die anfallenden Kosten bei der Produktion des Kosmetikprodukts, die sich aus den Fixkosten und den variablen Kosten zusammensetzt. $K(x) = 10 \cdot x + 168,50$

Die Erlösfunktion beschreibt den Erlös, der sich aus der Formel Menge mal Preis ergibt. $E(x) = x \cdot (25 - 0,25x) = 25x - 0,25x^2$

Die Gewinnfunktion beschreibt den Gewinn des Unternehmers, der sich aus der Beziehung Erlös minus Kosten ergibt.

$$G(x) = (25x - 0,25x^2) - (10x + 168,50) = -0,25x^2 + 15x - 168,50$$

7.3

$$-0,25x^2 + 15x - 168,50 = 0 \Rightarrow x_1 \approx 14,97 \quad x_2 \approx 45,03$$

Die Gewinnschwelle liegt etwa bei 15 produzierten Stück und die Gewinngrenze bei etwa 45 produzierten Stück.

8

$$b = g - 54 \Rightarrow g = b + 54$$

$$\Rightarrow b \cdot (b + 54) = 14,4 \cdot (b + 54) + 14,4 \cdot b$$

$$\Rightarrow b^2 + 25,2b - 777,6 = 0 \Rightarrow b_1 = 18 \quad b_2 = -43,2$$

Der Gegenstand ist $18 + 54 = 72$ cm von der Linse entfernt.

9

$$-\frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 1^2 + v_0 = -\frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 5^2 + 5v_0 \Rightarrow -4,9 + v_0 = -122,5 + 5v_0$$

$$\Rightarrow 4v_0 = 117,6 \Rightarrow v_0 = 29,4$$

Der Ball wird mit einer Geschwindigkeit von 29,4 m/s in die Höhe geworfen.